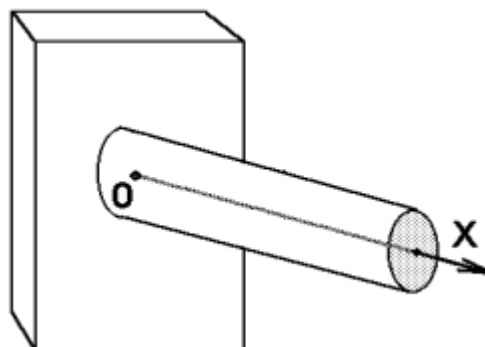


Imię i nazwisko: Piotr Zawisza	Temat projektu: Wyznaczenie ustalonego pola temperatury w pręcie	Data oddania projektu:
Specjalność: WIMIIP rok III gr. 3 Informatyka Stosowana		Ocena:

1. Wstęp:

Zadaniem było rozpatrzenie procesu ustalonego przewodnictwa ciepła w pręcie. Wymiana ciepła odbywała się tylko przez dwa końce pręta.

Do zamocowanego końca pręta podawana jest gęstość strumienia ciepła q , na drugim końcu pręta zachodzi wymiana ciepła przez konwekcję. Współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła wynosi α , temperatura otoczenia - t_∞



2. Obliczenia:

$$C^{(1)} = \frac{S^{(1)}k^{(1)}}{L^{(1)}}$$

Obliczamy C za pomocą wzorów i wstawiamy do macierzy lokalnych:

$$C^{(2)} = \frac{S^{(2)}k^{(2)}}{L^{(2)}} \cdot \left[\begin{array}{c|c|c} C^{(1)} & -C^{(1)} & 0 \\ -C^{(1)} & C^{(1)} + C^{(2)} & -C^{(2)} \\ 0 & -C^{(2)} & C^{(2)} + \alpha S \end{array} \right] \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} qS \\ 0 \\ -\alpha S t_\infty \end{Bmatrix} = 0$$

Wypełniamy macierz globalną za pomocą macierzy lokalnych:

$$\begin{aligned}
 [H] &= [H]^{(1)} + [H]^{(2)} = \begin{bmatrix} \frac{Sk}{L^{(1)}} & -\frac{Sk}{L^{(1)}} & 0 \\ -\frac{Sk}{L^{(1)}} & \frac{Sk}{L^{(1)}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Sk}{L^{(2)}} & -\frac{Sk}{L^{(2)}} \\ 0 & -\frac{Sk}{L^{(2)}} & \frac{Sk}{L^{(2)}} + \alpha S \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{Sk}{L^{(1)}} & -\frac{Sk}{L^{(1)}} & 0 \\ -\frac{Sk}{L^{(1)}} & Sk\left(\frac{1}{L^{(1)}} + \frac{1}{L^{(2)}}\right) & -\frac{Sk}{L^{(2)}} \\ 0 & -\frac{Sk}{L^{(2)}} & \frac{Sk}{L^{(2)}} + \alpha S \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Obliczamy wektor obciążeń.

$$\{P\} = \{P\}^{(1)} + \{P\}^{(2)} = \begin{Bmatrix} qS \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\alpha t_{\infty} S \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} qS \\ 0 \\ -\alpha t_{\infty} S \end{Bmatrix}.$$

Następnie rozwiązujemy układ równań otrzymując wynik.

3. Zadanie praktyczne:

Dane wejściowe:

$k=75\text{W/mK}$, $\alpha=10\text{W/m}^2\text{K}$,

$S=1\text{m}^2$, $L=7,5\text{m}$,

$L(1)=3,75\text{ m}$, $L(2)=3,75\text{m}$,

$q=-150\text{W/m}^2$, $t_{\infty}=40^{\circ}\text{C}$

$$C^{(1)} = \frac{Sk}{L^{(1)}} = \frac{1\text{m}^2 \cdot 75\text{W/mK}}{3,75\text{m}} = 20 \frac{\text{W}}{\text{K}} = C^{(2)}$$

$$\alpha S = 10 \text{ W/m}^2\text{K} \cdot 1\text{m}^2 = 10 \text{ W/K};$$

$$\alpha S t_{\infty} = 10 \text{ W/m}^2\text{K} \cdot 1\text{m}^2 \cdot 40\text{K} = 400 \text{ W}$$

Wynik programu napisanego przeze mnie w języku java:

```
Output
Debugger Console MES-01 (run)
run:
20,00 -20,00 0,00 150,00
-20,00 40,00 -20,00 0,00
0,00 -20,00 30,00 400,00

70,00 62,50 55,00 BUILD SUCCESSFUL (total time: 0 seconds)
```

```
Output
Debugger Console MES-01 (run)
20,00 -20,00 0,00 150,00
-20,00 40,00 -20,00 0,00
0,00 -20,00 30,00 400,00

70,00 62,50 55,00 BUILD SUCCESSFUL (total time: 0 seconds)
```

Obszar zaznaczony na niebiesko to macierz główna. Na czerwono zazaczyłem wektor obciążeń. Kolorem zielonym oznaczyłem wynik.

$t_1=70^{\circ}\text{C}$, $t_2=62,5^{\circ}\text{C}$, $t_3=55^{\circ}\text{C}$

Wynik ten uzyskałem wykorzystując warunek ekstremum funkcji. Możemy również skorzystać z minimalizacji bezpośredniej funkcji:

$$J = \frac{c^{(1)}}{2} (t_1^2 - 2t_1t_2 + t_2^2) + \frac{c^{(2)}}{2} (t_2^2 - 2t_2t_3 + t_3^2) + qS_1t_1 + \frac{\alpha S_3}{2} (t_3^2 - 2t_3t_{\infty} + t_{\infty}^2)$$

Wykorzystałem ten sposób korzystając z dodatku solver w programie MS Excel:

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the Solver Parameters dialog box open. The spreadsheet data is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		k	75		αS	10						
3		α	10		αSt	400						
4		S	1									
5		L	7,5		el.	k	L	S	C			
6		L(1)	3,75		1	75	3,75	1	20			
7		L(2)	3,75		2	75	3,75	1	20			
8		q	-150									
9		t	40									
10												
11												
12												
13		t1	69,99998									
14		t2	62,49999									
15		t3	55,00002									
16												
17												
18												
19												
20												
21		J1	562,4978									
22		J2	562,4963									
23		J3	-10500									
24		J4	1125,002									
25		J	8250									

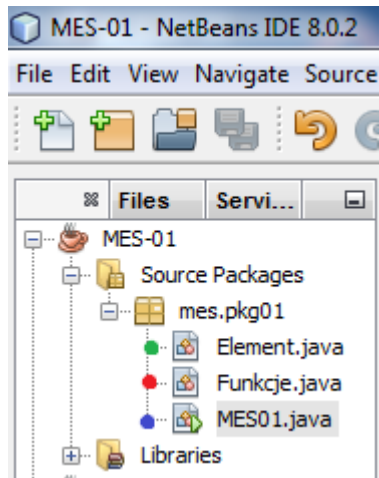
The Solver Parameters dialog box is open, showing the following settings:

- Ustaw cel:
- Na: Maks Min Wartość:
- Przez zmienianie komórek zmiennych:
- Podlegających ograniczeniom: (empty list)
- Buttons: Dodaj, Zmień, Usuń

Jako zmienne ustawiamy temperatury: t1, t2 oraz t3, jak cel minimalizacji wybieramy wartość J.

Wyniki dwóch metod w różnych programach pokrywają się.

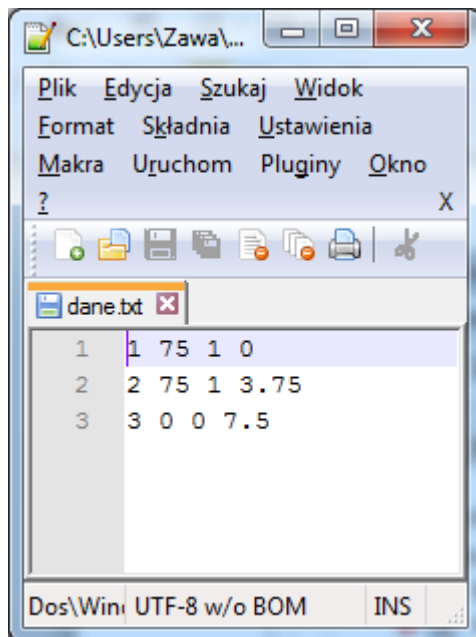
Program:



Program składa się z trzech klas:

- Element – klasa definiuje elementy siatki, zawiera długość, przekrój, współczynnik przewodzenia ciepła, numery węzłów, oblicza również C i tworzy macierz lokalną dla każdego elementu.
- Funkcje – Klasa zawiera funkcje potrzebne do obliczeń i działania programu, są to: Rozwiązanie układu liniowego metodą gaussa, wyświetlanie macierzy i tablic w konsoli, tworzenie elementów siatki za pomocą pliku z danymi, tworzenie głównej Macierzy korzystając z macierzy lokalnych.
- MES01 – Klasa główna, tworzy i inicjuje część zmiennych, uwzględnia warunki brzegowe, korzysta z innych klas aby rozwiązać i wyświetlić wynik problemu.

Struktura pliku dane.txt:



Każda linia w pliku odpowiada jednemu węzłowi, pierwsza cyfra to nr węzła dalej są: wsp. k, przekrój s oraz pozycja węzła (x) licząc od 0.

Wartość K oraz S podana dla węzła obowiązuje w elemencie, który zaczyna się od tego węzła, L obliczane jest jako różnica następujących po sobie x'ów. Przykładowo:

1 75 1 0

2 2 75 1 3.75

Utworzony zostanie element o węzłach 1 i 2, wsp k=75, s=1
 $L=2-0=2$

Wartości 100 i 2 w drugiej linijce zostaną zignorowane.

Kod z komentarzami:



MES01.java.txt

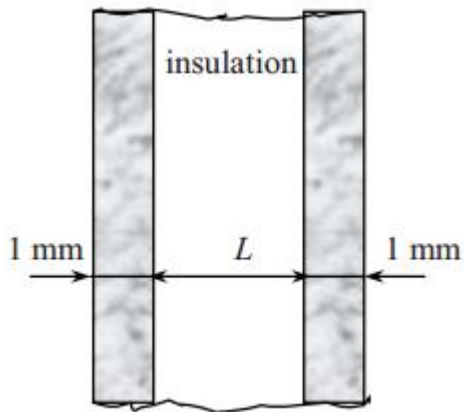


Funkcje.java.txt



Element.java.txt

Przykład zastosowania:



Ściana lodówki wykonana jest z włókna szklanego o grubości 2cm, pokryta jest z dwóch stron 1mm blachy. O ile cieńszą możemy zastosować warstwę aerogelu, aby właściwości izolacyjne pozostały takie same.

Obliczenia dla powierzchni 1m^2 , $t_\infty=4^\circ\text{C}$, $q=-8\text{W}/\text{m}^2$, $\alpha=15\text{W}/\text{m}^2\text{K}$.

Strumień powietrza pada od zewnętrznej ściany chłodziarki (z lewej), a konwekcja występuje w lodówce.



Czym jest aerogel?

Aerogel ma bardzo dobre właściwości termoizolacyjne dzięki ilości i strukturze porów wewnątrz materiału. Powietrze jest ograniczone krzemionkowym szkieletem w taki sposób, że powstaje bardzo duża ilość porów (nawet do 99,8% objętości). Są one jednocześnie na tyle małe, że minimalizują wpływ konwekcji i promieniowania. Dodatkowo szkielet powodujący, że aerogel jest ciałem stałym, zbudowany jest z cząsteczek krzemionki będącej słabym przewodnikiem ciepła.

Oprócz bardzo dobrych właściwości termicznych aerogel ma również inne cechy wyróżniające go spośród pozostałych izolacji.

Cechy aerożelu:

- charakteryzuje się najniższą wartością współczynnika przewodzenia ciepła λ wśród materiałów stałych (od 0,014 do 0,016 $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$)
- jest bardzo dobrym izolatorem akustycznym (fale dźwiękowe rozchodzą się w tym ośrodku z prędkością tylko 100m/s)
- klasa A lub D (trudnozapalny, niekapiący i nieodpadający pod wpływem ognia), odporny na bardzo wysokie temperatury (zachowuje swoje właściwości od temp. +270 C do +650 C, a temperatura topnienia wynosi 800 C);

Wyniki dla waty szklanej:

$K=0.035$

$L=2\text{cm}$

1	1	15.1	1	0
2	2	0.035	1	0.001
3	3	15.1	1	0.021
4	4	0	0	0.022

```

Output
Debugger Console MES-01 (run)
run:
15100,00      -15100,00      0,00  0,00  8,00
-15100,00      15101,75      -1,75  0,00  0,00
0,00  -1,75  15101,75      -15100,00      0,00
0,00  0,00  -15100,00      15115,00      60,00

9,11  9,11  4,53  4,53  BUILD SUCCESSFUL (total

```

T1=9,11°C
T2=9,11°C
T3=4,53°C
T4=4,53°C

Temperatury wewnątrz i na zewnątrz blachy są w przybliżeniu identyczne, dlatego że jest cienka i posiada bardzo dobre właściwości przewodzące.

Wyniki dla aerogelu:

K=0.015

L=2cm

```

dane.txt dane.txt new 1
1 1 15.1 1 0
2 2 0.015 1 0.001
3 3 15.1 1 0.021
4 4 0 0 0.022

```

```

Output - MES-01 (run)
run:
15100,00      -15100,00      0,00  0,00  8,00
-15100,00      15100,75      -0,75  0,00  0,00
0,00  -0,75  15100,75      -15100,00      0,00
0,00  0,00  -15100,00      15115,00      60,00
15,20  15,20  4,53  4,53  BUILD SUCCESSFUL (total:

```

T1=15,20°C
T2=15,20°C
T3=4,53°C
T4=4,53°C

Różnica temperatur jest znacznie większa. Aerogel okazał się lepszym izolatorem.

Aby odpowiedzieć na zadane sobie pytanie: „O ile cieńszą możemy zastosować warstwę aerogelu, aby właściwości izolacyjne pozostały takie same” zmodyfikowałem program dodając funkcjonalność pozwalającą określić optymalną wartość, dodałem również kilka funkcji diagnostycznych oraz zmieniłem sposób obliczania układu równań z Gaussa na Rozkład LU.

```

while(wyniki[0]-9.11>0.001)
{
    dlugosc -= 0.00001;
    // TUTAJ PROGRAM PONOWNIE
    //LICZY TEMPERATURY
}
System.out.println(dlugosc);

```

Staramy się tak dopasować grubość warstwy izolującej aby różnica temperatur była taka sama jak w przypadku waty szklanej.

```

Output »
Debugger Console » MES-01 (run) »
9,14 9,14 4,53 4,53
9,14 9,14 4,53 4,53
9,13 9,13 4,53 4,53
9,13 9,13 4,53 4,53
9,12 9,12 4,53 4,53
9,12 9,12 4,53 4,53
9,11 9,11 4,53 4,53 0.0085800000000000466
BUILD SUCCESSFUL (total time: 0 seconds)

```

Optymalna długość to 0.0086m.

Wyłączamy nową funkcjonalność, aby sprawdzić czy obliczona długość jest prawidłowa.

```

dane.txt dane.txt new 1
1 1 15.1 1 0
2 2 0.015 1 0.001
3 3 15.1 1 0.00958
4 4 0 0 0.01058
Lf Dos\Windows UTF-8 w/o BOM INS
Output »
Debugger Console » MES-01 (run) »
run:
15100,00 -15100,00 0,00 0,00 8,00
-15100,00 15101,75 -1,75 0,00 0,00
0,00 -1,75 15101,75 -15100,00 0,00
0,00 0,00 -15100,00 15115,00 60,00
9,11 9,11 4,53 4,53 BUILD SUCCESSFUL (total t

```

Wszystko się zgadza. Stosunek jest równy: $2\text{cm}/0,86\text{cm} = 2,33$

Odp.: Chłodziarka z aerogelu może być 2,33 razy cieńsza od chłodziarki z włókna szklanego, zachowując identyczne właściwości termoizolacyjne.



Element_final.java.txt



Funkcje_final.java.txt



MES01_final.java.txt